

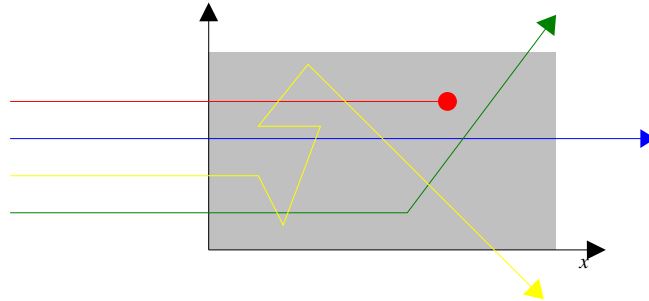
7 Nachweis von Strahlung

7.1 Durchgang von Strahlung durch Materie

Verständnis davon ist Voraussetzung für die Gestaltung von Kern- und Teilchenphysikexperimenten.

- Detektion von Teilchen/Strahlung
- Abschirmung gegen unerwünschte Strahlung „Untergrund“

Wir benötigen (in der Regel) Konversion in wahrnehmbare Signale (z.B. Photoplatte, Blasenkammer, Nebelkammer, zumeist aber elektrische Signale → Nuklearelektronik.



Mittlere freie Weglänge:

$P(x)$: Wahrscheinlichkeit für keine WW bis zur Tiefe x
 $w dx$: Wahrscheinlichkeit für WW zwischen x und $x + dx$
 $= N \sigma dx$ (N : Teilchenzahldichte, σ : Wirkungsquerschnitt)

$$P(x + dx) = P(x)(1 - w dx) = P(x) + \frac{dP}{dx} dx = P(x) - P(x)w dx$$

$$\Rightarrow dP = -w P dx$$

$$\Rightarrow P(x) = C e^{-w x}$$

$$C = 1 \text{ (wegen } P(0) = 1)$$

$$\lambda := \frac{1}{w} = \frac{1}{N \sigma} \text{ mittlere freie Weglänge}$$

7.1.1 Elektrisch geladene Teilchen

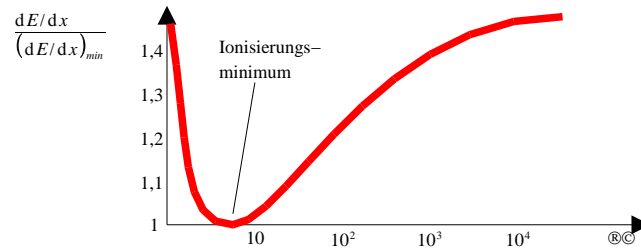
WW von p, d, α , schwere Ionen mit Materie ist

- a) mit Kernen: Rutherfordstreuung (wenige Ablenkungen in relativ großem Winkel)
- b) häufigster Prozess: inelastische WW mit den Elektronen der Absorberatome (viele Stöße mit kleiner Ablenkung und geringem Energieverlust)

Bethe-Bloch-Formel beschreibt Energieverlust schwerer ($M \gg e^-$), geladener Teilchen durch inelastische Stöße mit der Elektronenhülle der Atome im Absorber.

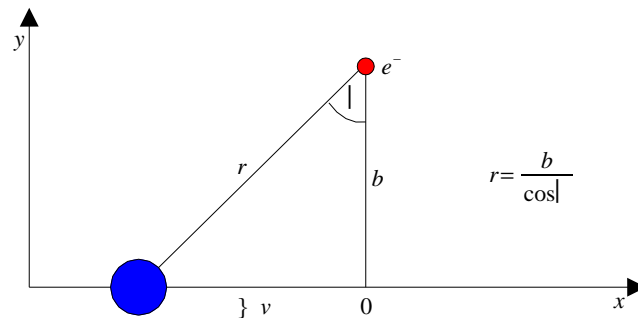
$$-\frac{dE}{dx} = \frac{Z^2 e^4 n_e}{4\pi \epsilon_0 m_e v} \left(\ln \frac{2m_e v^2}{I(1 - \beta^2)} - \beta^2 \right)$$

$n_e = n_{Atom} \cdot Z$: Elektronenzahldichte des Absorbers
 z : Ladung des einlaufenden Teilchens
 I : effektives Ionisierungspotential der Absorberatome



Minimum bei $\beta\gamma \approx 3$
 für kleine Energien: $-\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{E} \propto \frac{1}{v^2}$ (Übung)

klassische Herleitung (von Bohr) Annahme: geringer Energieverlust pro Stoß ($v \approx const$)



Das Absorberelektron (e^-) erhält beim Vorbeifliegen des geladenen Teilchens (Ladung ze) einen Kraftstoß $\Delta p = \int F dt$, $F = F_{coulomb}$
 Nur die transversale Komponente spielt eine Rolle.
 Elektrisches Feld des Ions:

$$E_y(x) = \frac{ze}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \cos\vartheta$$

Kraft auf das e^- :

$$F_{y=e} = eE_y$$

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{+\infty} eE_y dt$$

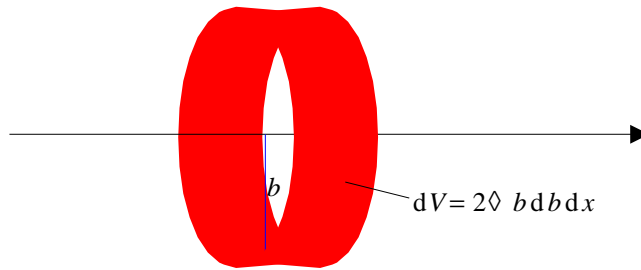
$$dt = \frac{dx}{v}; x = b \tan\vartheta \rightarrow dx = \frac{b}{\cos^2\vartheta} d\vartheta \Rightarrow \Delta p = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} b \tan\vartheta d\vartheta \left(r = \frac{b}{\cos\vartheta} \right) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 bv} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\vartheta d\vartheta =$$

$$\frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 bv}$$

\Rightarrow Energieverlust des Ions pro Elektronenstoß:

$$-\Delta E_e = \frac{(\Delta p)^2}{2m_e}; -\Delta E_e = \frac{Z^2 e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2 b^2 v^2 m_e} (*)$$

Elektronenzahldichte: $n_e = \frac{N_e}{V}$



$$dE = \left\{ \int_{b_{min}}^{b_{max}} \Delta E_e n_e 2\pi b db \right\} dx$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{Z^2 e^4 n_e}{4\pi \epsilon_0 v^2 m_e} \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{db}{b} = \frac{Z^2 e^4 n_e}{4\pi \epsilon_0 v^2 m_e} \ln \frac{b_{max}}{b_{min}} (**)$$

Was sind b_{min} und b_{max} ?

b_{min} : maximal übertragene Energie im klassisch zentralen Stoss ist

nichtrelativistisch: $\frac{1}{2} m_e (2v)^2$

relativistisch: $2\gamma^2 m_e v^2$

mit (*): $\frac{Z^2 e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2 b_{min}^2 v^2 m_e} = 2\gamma^2 m_e v^2 \Rightarrow b_{min} = \frac{Ze^2}{4\pi \epsilon_0 \gamma m_e v}$

b_{max} : Elektron muss mindestens die Bindungsenergie I des Elektrons mitbekommen:

mit (*): $\frac{Z^2 e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2 b_{max}^2 v^2 m_e} = I$

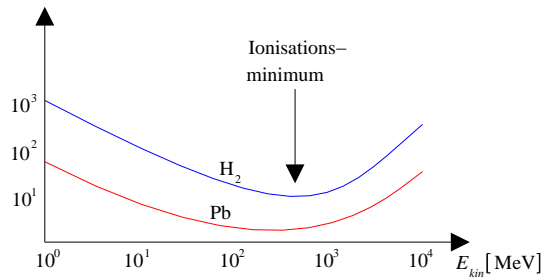
mit (**): $-\frac{dE}{dx} = \frac{Z^2 e^4 n_e}{4\pi \epsilon_0 v^2 m_e} \ln \frac{2m_e v^2}{I(1-\beta^2)}$ (**klassische Bethe-Bloch-Formel**)

Aus quantenmechanischer Ableitung mit relativistischen Korrekturen ergibt sich die vollständige Bethe-Bloch-Formel.

Für praktische Anwendungen wird die Absorberdicke nicht in Einheiten x , sondern ρx (ρ : Dichte) angegeben („Massenflächenbelegung“, „Massendicke“).

Grund: gleiche Massendicke unterschiedlicher Materialien hat ungefähr denselben Effekt auf dieselbe Strahlung

$\frac{dE}{d(\rho x)} = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}$ spezifischer Energieverlust

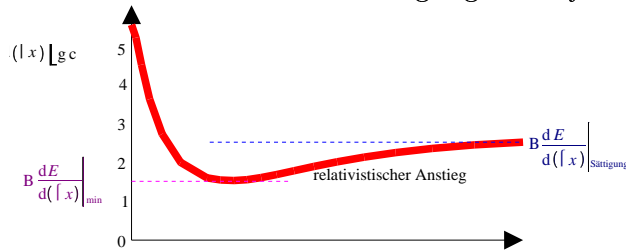


spez. Energieverlust am Minimum und mehr als 2 Größenordnungen darüber hinaus ist für alle Stoffe (bis auf H_2) ungefähr gleich: $-\frac{dE}{d(\rho x)} \Big|_{\text{Ionisationsminimum}} \approx 2 \frac{\text{MeV}}{\text{g cm}^{-2}}$

Typische Werte für mittleren Energieverlust minimal ionisierender Teilchen

Absorber	$\frac{dE}{dx} _{\min}$ $\frac{\text{MeV}}{\text{cm}}$	$\frac{dE}{d(\rho x)} _{\min}$ $\frac{\text{MeV}}{\text{cm}}$
Wasser	2,03	2,03
Xenongas	$7,3 \cdot 10^{-3}$	1,24
Eisen	11,7	1,48
Blei	12,8	1,13
Wasserstoffgas	$3,7 \cdot 10^{-4}$	4,12

Energieverlust durch Ionisation und Anregung für Myonen im Eisen



Feldlinien einer bewegten Punktladung



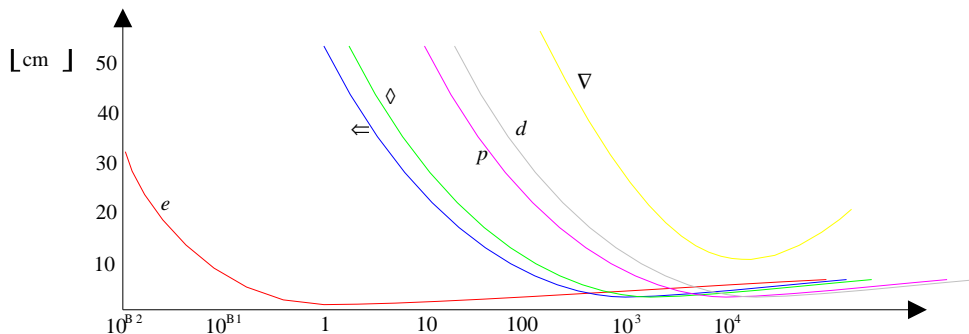
Transversale Feldstärke $E_{\perp} \propto \gamma$ (wegen Lorentzkontraktion)

- größere Reichweite des Feldes
- relativistischer Anstieg für $\beta\gamma > 3$

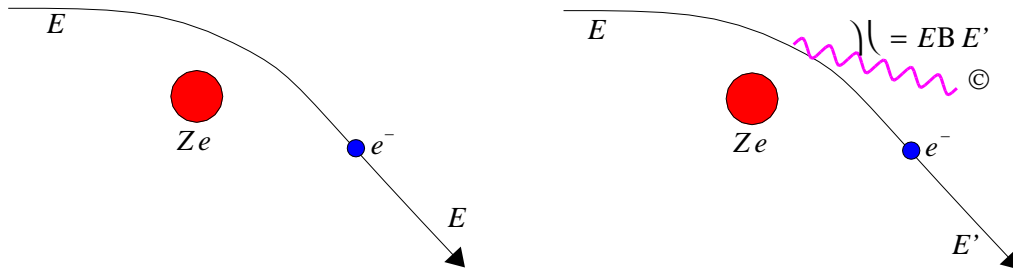
Sättigung: Wenn $b \simeq$ Atomabstand

- Abschirmung der Ladung des einlaufenden Teilchens
- Anstieg von E_{\perp} bleibt wirkungslos.
- $\frac{dE}{dx} |_{\text{Sätt}} \frac{dE}{dx} |_{\min}$ wird also bestimmt durch den Atomabstand im Absorber ist am größten für Gase ($\simeq 1,8$)

Energieverlust durch Ionisations und Anregung für Elektronen, Myonen, Pionen, Protonen, Deuteronen und α -Teilchen in Luft



Mechanismus: Abstrahlung von Photonen durch Ablenkung des geladenen Teilchens im Coulombfeld der Atomkerne
 → Bremsstrahlung



$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{Z^2}{A} \cdot z^2 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \cdot E$$

Wegen $-\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{m^2}$ ist Bremsstrahlung für Elektronen bedeutsam.

Man unterscheidet zwei Energiebereiche, je nach dem ob Ionisation ($E < E_c$) oder Bremsstrahlung ($E > E_c$) der dominante Verlustmechanismus ist.

Für **Elektronen** (und $Z > 13$): $E_c^e \approx \frac{550 \text{ MeV}}{Z}$

Für **Myonen** in Eisen: $E_c^\mu = E_c^e \left(\frac{m_\mu}{m_e} \right)^2 \approx 890 \text{ GeV}$

Strahlungslänge X_0 : Tiefe im Absorber, in der die Teilchenenergie **durch Bremsstrahlung** auf $1/e$ abgenommen hat.

$$-\frac{dE}{dx} \Big|_{\text{Brems}} \approx \frac{E}{X_0} \rightarrow E = E_0 e^{-\frac{x}{X_0}}$$

Energieverlust durch direkte Paarbildung Mechanismus: Erzeugung von e^-/e^+ -Paaren im Coulombfeld der Absorberkerne

z.B. $\mu + \text{Kern} \rightarrow \mu + e^+ + e^- + \text{Kern}$

$$-\frac{dE}{dx} \propto E$$

Energieverlust durch photonukleare WW Mechanismus: inelastische WW geladener Teilchen über virtuelle Photonen → Kernanregung bzw. Aufbruch

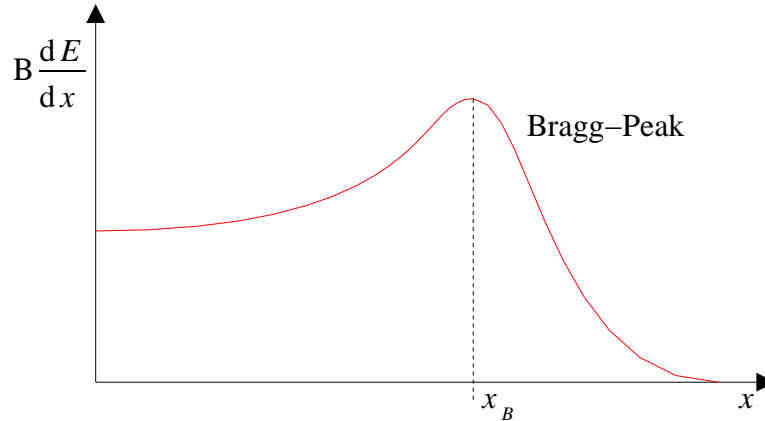
$$-\frac{dE}{dx} \propto E$$

Gesamter Energieverlust geladener Teilchen

$$-\frac{dE}{dx} \Big|_{\text{total}} = -\frac{dE}{dx} \Big|_{\text{Ionisation}} - \frac{dE}{dx} \Big|_{\text{Brems}} - \frac{dE}{dx} \Big|_{\text{Paar}} - \frac{dE}{dx} \Big|_{\text{photonuklear}}$$

z.B. für Myonen im Eisen:

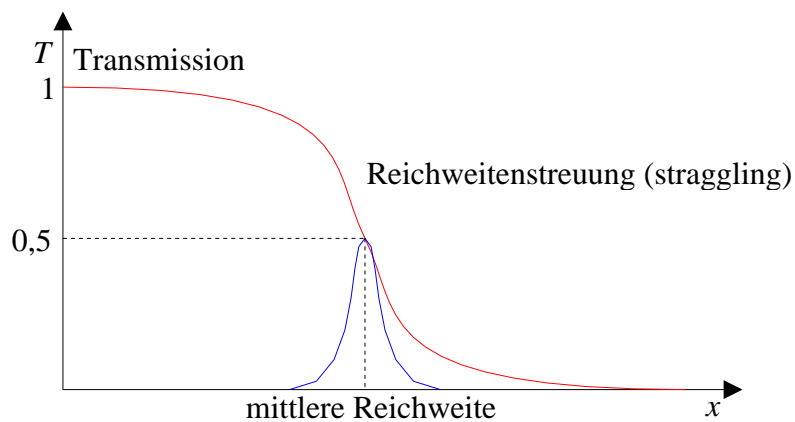
Energieverlust als Funktion der Eindringtiefe x in den Absorber („Bragg-Kurve“)



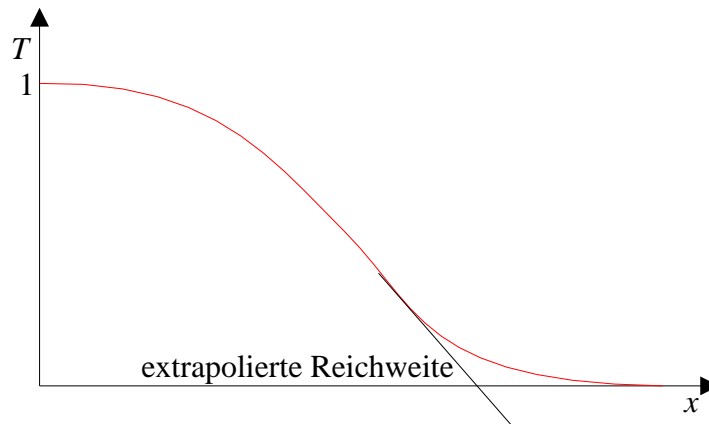
höchste Ionisierung bei kleiner Teilchenenergie, d.h. kurz vor Stillstand der Teilchen im Absorber.
Anwendung: medizinische Bestrahlung mit Proton und Schwerionen. Einstellung der Einschussenergie der Energie, so dass x_B innerhalb des Krebsgeschwulst liegt. Bestrahlung aus verschiedenen Richtungen \rightarrow geringe Belastung des gesamten Gewebes.

Reichweite geladener Teilchen $R := \int_E^0 \frac{dE}{\frac{dE}{dx}}$ ist im Prinzip aus $\frac{dE}{dx}$ berechenbar, berücksichtigt aber nicht Wegverlängerung durch Zickzackpfade und auch nicht z.T. starke Fluktuationen von $\frac{dE}{dx}$ durch Wechselwirkung mit sehr grossen Energieüberträgen.

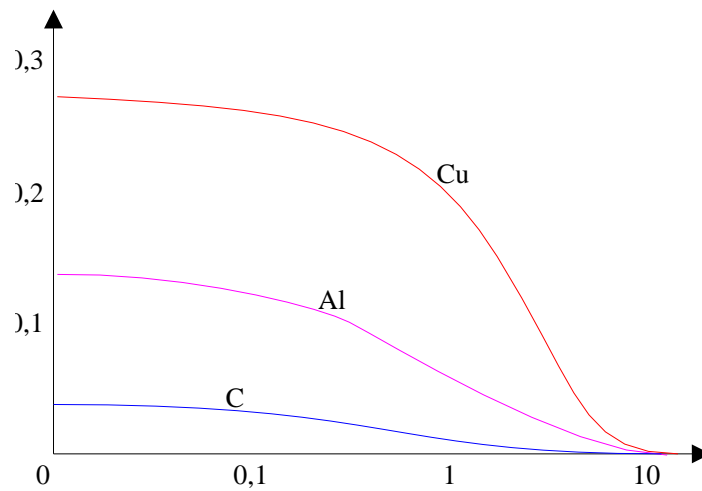
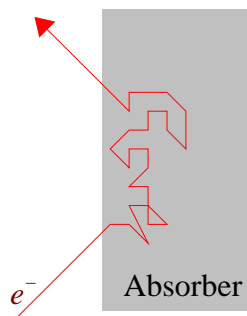
- für schwere Teilchen ($M \gg m_e$) :



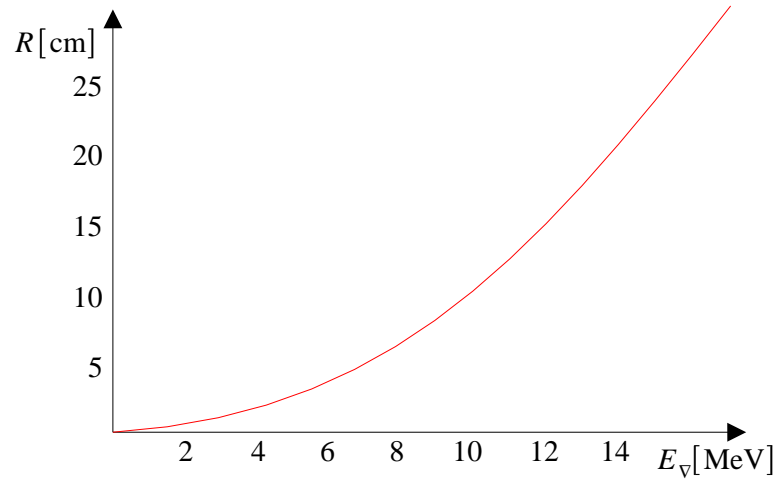
- geringes straggling \Leftrightarrow nahezu gerader Flugweg
- für Elektronen



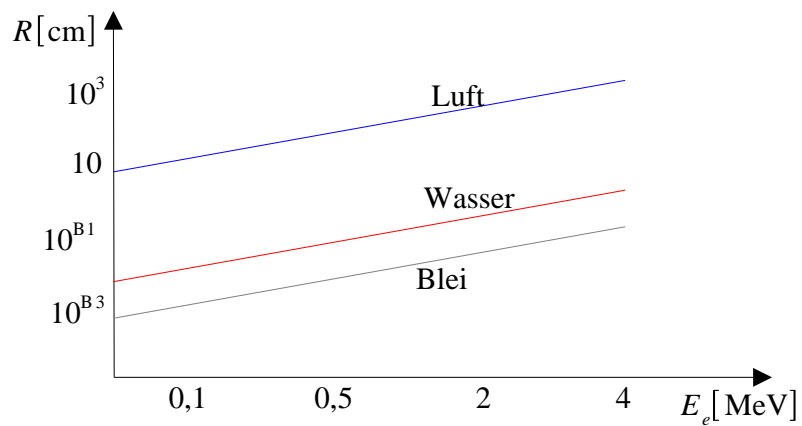
- grosses straggling wegen Vielfachstreuung mit grosser Richtungsänderung. Weitere Konsequenz: große Rückstreuwahrscheinlichkeit für niederenergetische Elektronen.



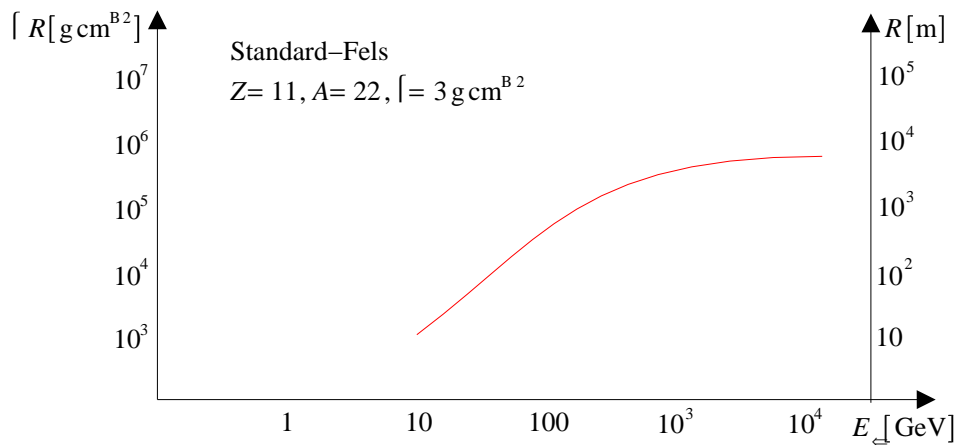
- Reichweite von α -Teilchen in Luft



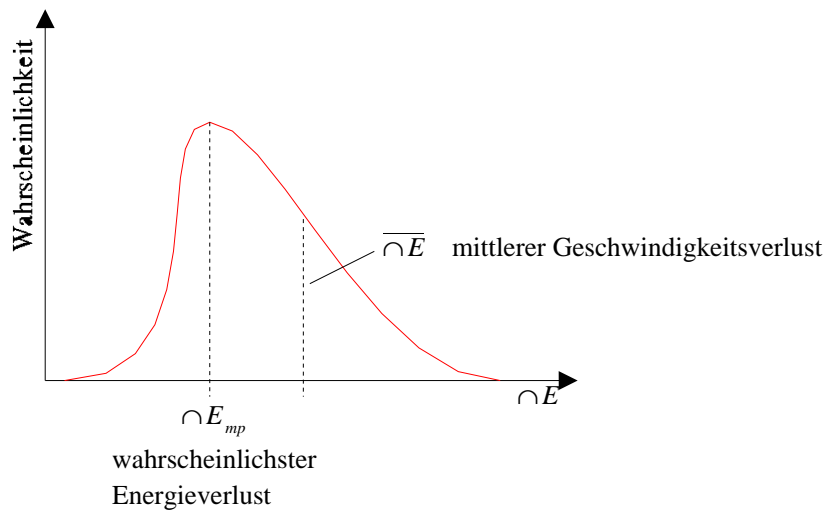
- \rightarrow α -Teilchen aus typischen α -Zerfällen kommen in Luft nur wenige Zentimeter weit.
- „extrapolierte Reichweite“ von e^- in verschiedenen Absorbieren:



- Reichweite von Myonen in Fels



- → man benötigt dicke Gesteinsschichten, um kosmische Myonen abzuschirmen. → Untergrundlabors z.B. Gran Sasso → E15
- Energieverlust im dünnen Absorber



- statistische Schwankung um $\overline{\Delta E}$ ist durch Statistik der Einzelprozesse und deren Details bestimmt.
 - langer Ausläufer der Energieverteilung zu großem Energieverlust hin. Ursache: seltene Einzelprozesse mit hohem Energieübertrag (δ - oder „Anstoß“-Elektronen)
 - Näherung der Verteilung nach einer Theorie von Landau

Landau-Verteilung:

$$P(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\lambda + e^{-\lambda})}$$

$$\lambda = \frac{\Delta E - \Delta E_{mp}}{\xi} \xi \text{ materialabhaengig}$$

– **Beispiel:**

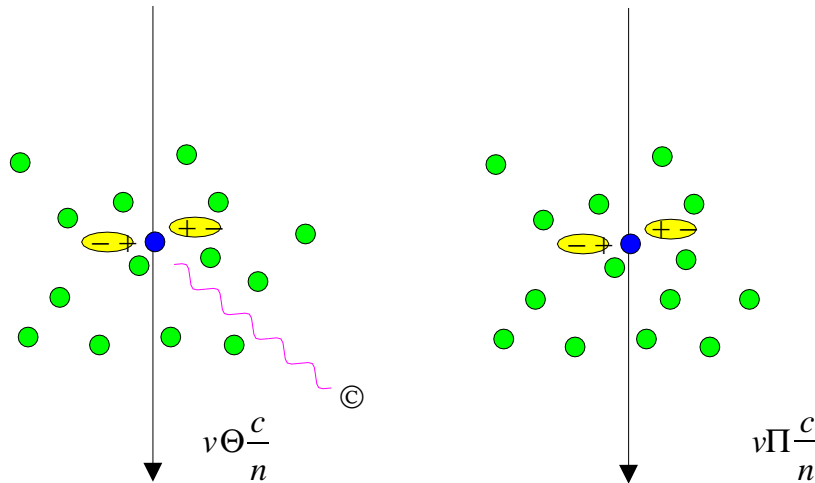
1cm dicke Argon-Gasschicht, minimal ionisierende Strahlung ($\beta\gamma \approx 3$)

$\Delta E_{mp} = 1,2 \text{ keV}$, $\Delta E = 2,7 \text{ keV}$

• **Cherenkov-Effekt:**

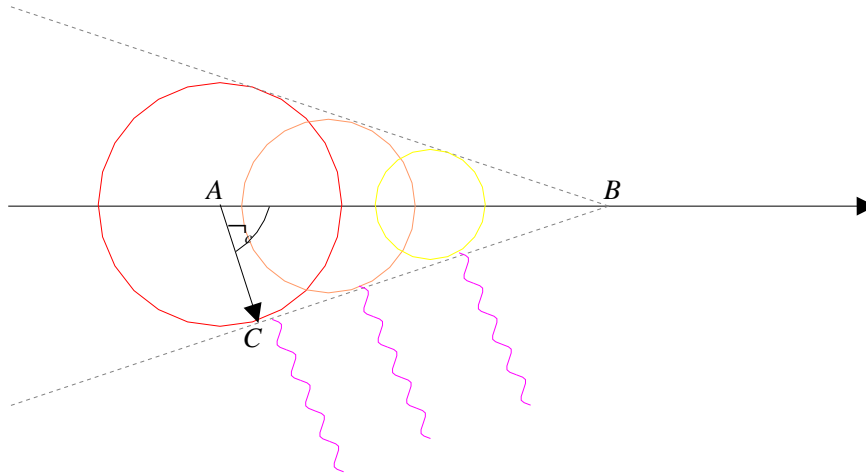
Cherenkov Strahlung ist elektromagnetische Strahlung, die von Teilchen emittiert wird, die ein Medium mit Brechungsindex n mit Geschwindigkeit $v > \frac{c}{n}$ durchlaufen.

Grund: kurzzeitige asymmetrische Polarisierung der sich nahe der Teilchenbahn befindenden Atome. Zeitlich veränderliches Dipolfeld strahlt elektromagnetische Strahlung ab.



- Beitrag zu $\frac{dE}{dx}$ ist klein im Vergleich zu Ionisation und Anregung, selbst für minimal ionisierende Teilchen (max. wenige %)

– Abstrahlwinkel: (wie beim Mach'schen Überschallkegel)



- $$\left. \begin{array}{l} AB = tv = t\beta c \\ t \frac{c}{n} \end{array} \right\} \Rightarrow \cos \theta_c = \frac{1}{n\beta}$$
 - Emission nur möglich, wenn $\beta > \frac{1}{n}$
 - Extremfälle:
 - $\beta \geq \frac{1}{n}$: Emission in Vorwärtsrichtung
 - $\beta \rightarrow 1$: Emission unter $\theta_c = \arccos \frac{1}{n}$
 - Schwellenverhalten kann zur Teilchenidentifikation verwendet werden.
- Zahl der pro Weglänge im Wellenlängenbereich $[\lambda_1, \lambda_2]$ abgestrahlten Photonen, $\frac{dN}{dx}$:

$$\frac{dN}{dx} \approx 2\pi\alpha z^2 \sin^2 \theta \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2}$$

$$\frac{dN}{dx d\lambda} \propto \frac{1}{\lambda^2} \rightarrow \text{mehr blau, als rot}$$

Im optischen Bereich ($\lambda_1 = 400 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 700 \text{ nm}$):

$$\frac{dN}{dx} [\text{cm}^{-1}] \approx 490 \sin^2 \theta_c (Z = 1)$$

Literaturempfehlung:

- Claus Grupen: Teilchendetektoren, B.I. Wissenschaftsverlag
- W.R. Leo: Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, A How-to Approach, Springer Verlag

7.1.2 Photonen

Nachweis durch Erzeugung elektrisch geladener Teilchen → Ionisierung → Detektorsignal

Wechselwirkungen von Photonen im Absorber führen zu

- a) vollständiger Absorption

- b) Streuung unter großen Winkel
 \Rightarrow exponentielle Schwächung eines gerichteten Photonenstrahls.
 $I = I_0 e^{-\mu \rho x}$
 $\mu = \frac{N_A}{A} \sum_i \sigma_i$: Massenabsorptionskoeffizient
 N_A : Avogadrozahl
 σ_i : atomarer WQ für Prozess

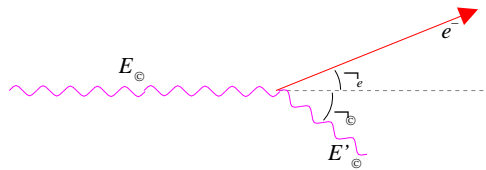
Prozesse

• Photoeffekt

- Absorption eines Photons durch Atomelektronen
 $\gamma + \text{Atom} \rightarrow e^- + \text{Ion}$
- Der Atomkern übernimmt Rückstoß
- Besonders großen WQ für γ -Absorption von e^- in der K-Schale des Atoms wegen Nähe zum Atomkern
- Absorptionskanten (sprunghafte Änderung des WQ wenn $E_\gamma >$ Ionisierungsenergie für M,L,K-Schalenelektronen im Atom.
- $\sigma_{\text{photo}} \propto E_\gamma^{-\frac{7}{2}} Z^5$ (bei geringer Energie und fern von Absorptionskanten)
 $\sigma_{\text{photo}} \propto E_\gamma^{-1} Z^{4,5}$ ($0,1 \text{ MeV} \leq E_\gamma \leq 5 \text{ MeV}$)
- atomphysikalische Sekundäreffekte
 charakteristische Röntgenstrahlung
 Augerelektronen

• Comptoneffekt

- elastische Streuung von einem Photon an einem quasifreien atomaren Elektronen.
 $\gamma + \text{Atom} \rightarrow \gamma + e^- + \text{Atom}$



$$\bullet \frac{E'_\gamma}{E_\gamma} = \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta_\gamma)}$$

- totaler WQ (Klein-Nishima Formel QED)
 pro Atom: $\sigma_c \propto \frac{\ln E}{E} \cdot Z$ (Z-Abhängigkeit: inkohärente Streuung an den Hüllenelektronen)

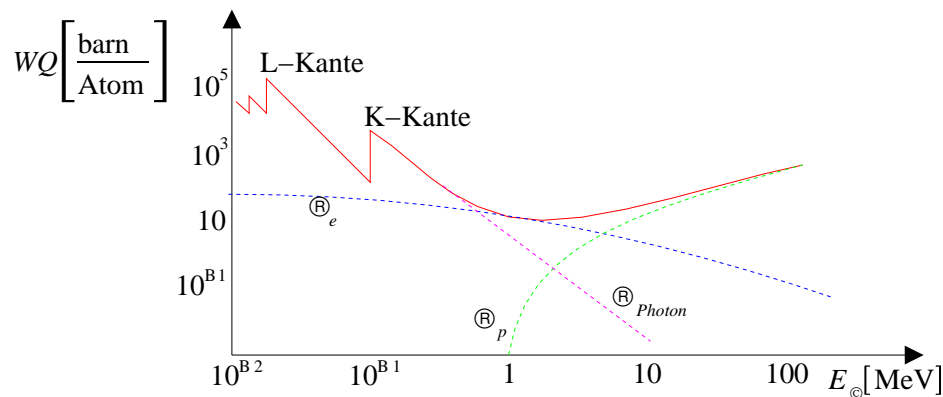
• Paarbildung

- $\gamma + \text{Atom} \rightarrow e^+ + e^- + \text{Atom}$
 Atomkern nimmt Restimpuls auf

- Kinematische Voraussetzung:

$$E_\gamma \geq 2m_e c^2 + \underbrace{2\frac{m_e^2}{M}c^2}_{\text{Rueckstossenergie}} \approx 1,022 \text{ MeV}$$

- $\sigma_p \propto Z^2$ (kohärente Streuung an den Kernprotonen)
- Totaler Photoabsorptionsquerschnitt: z.B. für Blei



7.1.3 Neutronen

Keine Coulomb-WW, aber starke WW mit Atomkernen
 WW ist sehr lokal → großes Durchdringungsvermögen von Neutronen

- Nukleare Prozesse:

- elastische Streuung: $A(n, n)A$
 Übertragung von Rückstoßenergie ist Hauptmechanismus für Energieverlust von MeV-Neutronen → Moderation
- inelastische Streuung: $A(n, n')A^*$, $A(n, 2n')B$ etc
 $E_n > 1 \text{ MeV}$ damit Kernanregung möglich ist.
- Neutroneneinfang: $n + (Z, A) \rightarrow \gamma + (Z, A + 1)$
 (n, γ) -Reaktionen
 i.a. $\sigma_{\text{capture}} \propto \frac{1}{v}$
 In der Nähe von Kernresonanzen ist der Wirkungsquerschnitt stark überhöht.
- andere Kernreaktionen:
 (n, p) , (n, d) , (n, α) , (n, t) , $(n, \alpha p)$ etc.
 $\sigma \propto \frac{1}{v}$ (fern von Resonanzen)
 Beispiele:
 $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}^* \rightarrow ^7\text{Li} + \gamma$ $\sigma_{th} = 3840 \text{ barn}$ bei $v = 2200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $^3\text{He}(n, p)^3\text{H}$ $\sigma_{th} = 5330 \text{ barn}$
 $^6\text{Li}(n, \alpha)^3\text{H}$ $\sigma_{th} = 940 \text{ barn}$

- e) Kernspaltung (n,f)
- f) Hochenergiehadronenschauererzeugung
z.B. $n + n \rightarrow n + n + \pi^+ + \pi^-$
 $E_n > 100 \text{ MeV}$