

Mathematik für Physiker 4

— Übungsblatt 2 —

Alle Aufgaben zählen 3 Punkte, Aufgabe 2.4 zählt 7 Punkte.

Bestimmen Sie die Lösung $y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen mit den vorgegebenen Anfangswerten $y(x_0) = y_0$ und $y'(x_0) = y_1$.

2.1: $y'' = \frac{1}{x}$ mit Anfangswerten $x_0 = 1$, $y_0 = -1$ und $y_1 = 1$.

2.2: $y'' = -2y' + x^2$ mit Anfangswerten $x_0 = 0$, $y_0 = 1$ und $y_1 = \frac{1}{2}$.

2.3: $y'' = 2y' - \frac{(y')^2}{y}$ mit Anfangswerten $x_0 = 0$, $y_0 = -2$ und $y_1 = -1$.

Hinweis: Setzen Sie $v(y) := y'$ und nutzen Sie $y'' = \frac{d}{dx}v(y) = v'(y)y'$. Das führt zu einer Differentialgleichung erster Ordnung für $v(y)$. Wenn Sie diese gelöst haben, betrachten Sie $y' = v(y)$. Diese Differentialgleichung können Sie mit dem Verfahren der getrennten Variablen lösen.

2.4: $(2x + 1)y'' + (4x - 2)y' - 8y = (2x + 1)^3 e^{-2x}$ mit Anfangswerten $x_0 = 0$, $y_0 = -\frac{1}{2}$ und $y_1 = 2$.

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst eine Lösung der homogenen Gleichung mit dem Ansatz $y(x) = e^{\alpha x}$. Bestimmen Sie eine weitere Lösung der homogenen Gleichung durch Reduktion der Ordnung. Bestimmen Sie eine spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung durch Zurückführen auf ein System erster Ordnung und Variation der Konstanten. Wählen Sie nun die Konstanten so, daß die Anfangsbedingungen erfüllt sind.