7.Thermodynamik

$\langle R_{sp}\rangle=\frac{J}{K\,kg}$ $\langle R\rangle=\frac{J}{K\,mol}$ $\langle k_B\rangle=\frac{J}{K}$ $\langle\rho\rangle=\frac{kg}{m^3}$ $\langle T\rangle=K=°C+273$ $\langle H,Q,U\rangle=J$ $\langle C\rangle=\frac{J}{K}$ $\langle c\rangle=\frac{J}{K\,kg}$

- Längenausdehnung $\Delta l=l\alpha\Delta T$ Volumenausdehnung $\Delta V=3\alpha V\Delta T$ $1\,Torr=133.32\,Pa$ $1\,bar=10^5\,Pa$ $1\,J=0.24\,cal$
- ideales Gas: $\frac{pV}{T}=N\,k_B=n\,R=mR'$ n: Stoffmenge $\in$ mol ; N: Teilchenzahl ; $k_B=1.28*10^{-23}\frac{J}{k}$ $R=8.31\frac{J}{mol\,K}$
- kin.Gasth.: $p=\frac{N}{3V}m\overline{v^2}=\frac{\rho}{3}\overline{v^2}$ $\overline{E_{kin}}=\frac{m}{2}\overline{v^2}=\frac{3}{2}k_BT$ $\overline{v^2}=\frac{3T\,k_B}{m}=\frac{3RT}{m_{mol}}$ $v_w=\sqrt{\frac{2T\,k_B}{m}}$ für je 1; $v_w<v_m<\sqrt{\overline{v^2}}$ $\mu=\frac{\rho}{n}=\frac{M_r\,kg}{N_A\,kmol}$;

  $\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{Pi\,\mu}}$; Geschwindigkeit im Gas maxwellverteilt ! $\Phi(v)dv=4\pi\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{3}{2}}v^2e^{-\frac{mv^2}{2kT}}dv$ wobei $\Phi(v)=\frac{1}{N}\frac{dN}{dv}$
- isotherme Barometrische Höhenformel: $p(h)=p_0\exp(-\frac{mgh}{Tk_B})=p_0\exp(-\frac{E_{pot}}{Tk_B})$; $\rho(h)=\rho_0\exp(-\frac{gh\rho_0}{p_0})$
- $\overline{E_{kin}^{ges}}=\frac{f}{2}Tk_B$ f: Freiheitsgrade ; $U=\frac{f}{2}pV=\frac{f}{2}NTk_B$; Enthalpie H: $dH=dQ_p=dU+p\,dV+V\,dp$
- 1.Hauptsatz: im abgeschlossenen System bleibt die innere Energie U erhalten: $dU=dQ+dW$

  dQ: Wärmezufuhr ; $dW=-p\,dV$: zugef. mech. Arbeit ('−' für abgeführt, also vom System geleistet)
- spezifische Wärmekapazität: $\Delta Q=C\,\Delta T$ bzw. $C=\frac{dQ}{dT}$ $c=\frac{C}{m_{ges}}=\frac{\Delta Q}{m\,\Delta T}=\frac{c_{mol}}{m_{mol}}$

  bei konst. Vol.: $c_V=\frac{f}{2}R_{sp}$ bei konst.Druck: $c_p=c_V+R_{sp}=R_{sp}(1+\frac{f}{2})$ $\Rightarrow$ $\frac{c_p}{c_V}=1+\frac{2}{f}:=\kappa$ Isentropenkoeff.
- Zustandsänderungen bei idealen Gasen:

  - V = const **isochor**; p/V = const Gay-Lussacsche Gesetze
  - p = const ; **isobar**; V/T= const ; dw = pdV = 0; dU = dQ $Q_{12}=nc_{V,mol}(T_2-T_1)$ Wärme geht voll in innere Energie über;
  - T = const; **isotherm** pV =(nR'T) =const B. Mariott. $W_{12}=-\int_{V_1}^{V_2}p(V)dV=-nRT\ln\frac{V_1}{V_2}$; $dU=dQ+dW=0$ $W_{12}=-Q_{12}$;
  - Q/W =const **polytrop** pV^n = const (1<n<x);
  - Q = 0; **isotrop/adiabatisch** dU = dW = -pdV pV^{κ}= const **Poissonsche Gleichung** $p^{1-\kappa}T^{\kappa}=const.$

    $W_{12}=p_1\frac{V_1}{\kappa-1}[(\frac{V_1}{V_2})^{\kappa-1}-1]=U_2-U_1=nc_{v,mol}(T_2-T_1)=c_V\,\Delta T\,\frac{p_2V_2-p_1V_1}{\kappa-1}$;

- Wirkungsgrad bei Kreisprozessen: $\eta=\frac{\text{geleistete Arbeit}}{\text{zugeführte Wärme}}$ Carnot: $\eta=1-\frac{T_{min}}{T_{max}}$
- Entropie S: Unordnung, Irreversib. $dS=\frac{dQ}{T}$ rev. Kreisproz.: $\oint S=0$; $\Delta T=0$; $\Delta S=\frac{Q}{T}$ $\Delta S_{ges}=\Delta S_1+\Delta S_2$; $\Delta S=mc_V\ln\frac{T_2}{T_1}+m\,R'\ln\frac{V_2}{V_1}$;
- Wärmestrom : $I=\frac{dQ}{dt}=-\lambda A\frac{dT}{dx}$; $\vec{j}_Q=-\lambda\vec{\nabla}T$ $\Rightarrow$ $\dot{Q}=-div\,\vec{j}_Q\,dV$ $\langle\lambda\rangle=\frac{Watt}{m\,K}$ Diffusionsgleichung : $\frac{dT}{dt}=\frac{\lambda}{\rho\,c}div\,grad\,T$
- Clausius-Clapeyron-Gleichung: $\frac{\Lambda}{T}=\frac{dp_s}{dT}(V_{sp}^{gas}-V_{sp}^{fl})$ Λ: mol. Verd.swärme $\frac{dp_s}{dT}$: Steig. d.Sätt.dampfdr.kurve Tripelpkt.: $p_s=p_{fl}$

8.Elektrostatik

$\langle q\rangle=C=\frac{A}{s}$ $\langle\vec{E}\rangle=\frac{V}{m}$ $\langle\Psi\rangle=V\,m$ $\langle\vec{D}\rangle=\langle\sigma\rangle=\frac{C}{m^2}=\frac{A}{sm^2}$ $\langle U\rangle=\langle\Phi\rangle=V$ $\langle C\rangle=F=\frac{C}{V}=\frac{A}{Vs}$ $\epsilon_0=8.854*10^{-12}\frac{As}{Vm}$

- Coulomb'sches Gesetz (Kraft auf q Durch q_i): $\vec{F}_q=\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_i^2}\vec{e}_i$ 2 Pkt.ladungen: $\vec{F}_q=\frac{q_0q}{4\pi\epsilon_0r^2}\vec{e}_r$
- Elektrisches Feld: $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_i^2}\vec{e}_i$ kont.Lad.vert.: $\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\rho(\vec{r})}{r^2}dV'$; $dq=\rho\,dV$
- Elektrischer Fluß: $d\Psi=\vec{E}\,d\vec{A}=|\vec{E}||d\vec{A}|\cos\phi$ $\Psi=\int_A\vec{E}\,d\vec{A}$ um Pkt.ladung: $\Psi=\frac{q_0}{\epsilon_0}$

  Gauss'scher Satz: für geschlossene Flächen $\Psi=\oint\vec{E}\,d\vec{A}=\frac{1}{\epsilon_0}\oint\rho\,dV=\frac{Q}{\epsilon_0}$; $\oint\rho\,dV$ = eingeschlossene Ladung
- Energie: $W_{12}=q\int_1^2\vec{E}\,d\vec{s}=q\,U_{12}$ $\Rightarrow$ $\oint\vec{E}\,d\vec{s}=0$ für geschlossene Wege
- Potential $\Phi_P=\int_P^{\infty}\vec{E}\,d\vec{s}$ in 3 Dimensionen: $\vec{E}=-grad\,\Phi=-\vec{\nabla}\Phi$ für Kugelsymmetrie: $\vec{E}=-\frac{d}{dr}\Phi\,\vec{e}_r$

  pot. Energie: $E_{pot}=q\,\Phi_q$ Poissongleichung: $\Delta\Phi=div\,grad\,\Phi=-\frac{\rho}{\epsilon_0}$ Spannung: $U_{12}=-\int_1^2\vec{E}\,d\vec{s}=\Phi_2-\Phi_1$
- Plattenkondensator: $\vec{E}=2\frac{\vec{D}}{(2\epsilon_0)}$; $U=\int_0^dE\,ds=\frac{d}{A}\frac{Q}{\epsilon_0}$ $C=\frac{Q}{U}=\frac{\epsilon_0\epsilon_r}{d}A$ Parallel: $C=\sum C_i$ Serie: $\frac{1}{C}=\sum\frac{1}{C_i}$

  Energiegehalt: $dW_E=Ed\,dQ\Rightarrow W_E=\frac{1}{2}CU^2=\frac{Q^2}{2C}$; Widerstände: Parallel: $\frac{1}{R}=\sum\frac{1}{R_i}$ Serie : $R=\sum R_i$
- Dipol: a) Feld durch den Dipol: $\Phi_P=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}(\frac{Q}{r_1}-\frac{Q}{r_2})\approx-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{l\cos\alpha}{r^2}$ $\rightarrow$ in größerem Abstand r

  b) Dipol im Feld E_{ext}: $\vec{M}=\vec{l}\times\vec{F}=Q\,\vec{l}\times\vec{E}_{ext}:=\vec{p}_e\times\vec{E}_{ext}$ mit $\vec{p}_e=Q\,\vec{l}$ $E_{pot}=-\vec{p}\,\vec{E}_{ext}$
- Influenz von Leitern im el.Feld: $D_{ext}=D_{infl}$ (E-Feld im Leiter = 0)
- Isolator im el. Feld: $E=\frac{E_0}{\epsilon_r}=E_0-\frac{D_P}{\epsilon_0}$ diel. Polarisation $\vec{P}=\frac{d\vec{p}}{dV}=\frac{dQ_p}{dV}\vec{l}=D_P\vec{e}_D=(\epsilon_r-1)\epsilon_0\vec{E}$

9..Gleichströme:

$\vec{B}=\mu\mu_r\vec{H}$ $\vec{D}=\epsilon\vec{E}$ $\langle I\rangle=A$ $\langle R\rangle=\Omega=\frac{V}{A}$ $\langle G\rangle=S$ iemens $\langle\mu_e\rangle=\frac{m^2}{Vs}$

- $I=\frac{dQ}{dt}$; Stromdichte j: $dI=\vec{j}\,d\vec{A}$; $\vec{j}=\rho\,\vec{v}_D$ mit $\rho=\frac{dQ}{dV}$ Kontinuitätsgleichung: $div\,\vec{j}=-\frac{d\rho}{dt}=-\dot{\rho}$
- Widerstand: $R=\frac{U}{I}=\frac{1}{G}$ (G:= Leitwert) im hom. Material: $R=\rho\frac{\Delta l}{\Delta A}$ ρ := spez. Wid. $=\frac{1}{\text{Leitfähigkeit}}=\frac{1}{\sigma}$

  Ohmsches Gesetz: $U(I)$ linear $\Rightarrow R=const.$ lokal: $\vec{j}=\sigma\vec{E}=\sum_i n_iq_i\vec{v}_i$ für $\vec{v}_i=b_i\vec{E}$; n_i Lad.trägerdichte der q_i

- <u>Kirchhoffsche Gesetze:</u> a) <u>Knoten</u> $\oint \vec{j}\, d\vec{A}=0 \Rightarrow \sum_i I_i=0$ b) <u>Maschen</u> $\oint E\, ds=0 \Rightarrow \sum_i U_i=0$ c) <u>Ohm</u>: $\frac{U_i}{I_i}=R_i$
- Energie, Leistung: $W=QU=UIt$; $P=\frac{W}{t}=UI=RI^2$; $Leistungsdichte\ p=\frac{P}{V}=\vec{j}\vec{E}=\frac{j^2}{\sigma}=\sigma E^2$
- Leitung in Metallen: $m_e \frac{d}{dt}\vec{v}=e\vec{E} \Rightarrow \vec{v}=\frac{e}{m_e}\vec{E}t$; $\langle \vec{v_D}\rangle=\mu_e \vec{E}=\frac{e}{m_e}\tau\vec{E}$ μ_e: Beweglichkeit der e ; τ: mittl. Stoßzeit

10. Magnetisches Feld:

$\langle B\rangle=T=\frac{Vs}{m^2}$ $\langle \vec{p_m}\rangle=Am^2$ $\langle H\rangle=\frac{A}{m}$ $\langle \Phi_m\rangle=Wb=Vs$ $\langle L\rangle=H=\frac{Vs}{A}$ $\mu_0=4\pi 10^{-7}\frac{Vs}{Am}$

- Lorentzkraft: $\vec{F}=Q(\vec{v}\times\vec{B})$ mit E-Feld: $\vec{F}=Q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$ auf Leiter: $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})=(nqAl)\vec{v}\times\vec{B}$ $E_i=\frac{F}{q}=v\times B$;
- Hall-Effekt: $\vec{F_m}=q\vec{v}\times\vec{B}=-q\vec{E}=\vec{F_e} \Rightarrow U_H=bE_H=-bvB=-\frac{IB}{d}A_H=-\frac{IB}{dnq}$ vgl. MHD - Generator
- magn. Dipolmoment p (Schleife im B-Feld): $\vec{p}_m=I\vec{A}$; $\vec{M}=\vec{a}\times\vec{F}_m=I(\vec{A}\times\vec{B})=I\,AB\sin\phi=\vec{p}_m\times\vec{B}$; $\vec{A}=\vec{a}\times\vec{b}$
- Ampèresches Gesetz (Durchflutungssatz): $\oint_{Weg} \vec{B}\, d\vec{s}=\mu_0 \int_{Fläche} \vec{j}\, d\vec{A}$ für geraden Leiter: $\oint \vec{B}\, d\vec{s}=\mu_0 I$

  Kraft zw. Zwei geraden Leitern: $F=I_1 lB=\mu_0\frac{l}{2r\pi}I_1 I_2$ <u>Feld in Spule</u> (Länge l, n Wind.): $B=\frac{n}{l}I\mu_0$
- magn. Feldstärke: $\vec{B}=\mu_0\vec{H} \Rightarrow \oint \vec{H}\, d\vec{s}=\int \vec{j}\, d\vec{A}=I_{durchA}(xn)$; $\Rightarrow \nabla\times\vec{H}=rot\,\vec{H}=\vec{j} \Leftrightarrow rot\,\vec{B}=\mu_0\vec{j}$
- Satz v. Biot-Savart: $\vec{B}$ am Ort P: $d\vec{B}=\frac{d\vec{s}\times\vec{r}}{4\pi r^3}I\mu_0$ ⟨ds: Weg auf Leiter⟩ für Bew. einz. Ladung: $\vec{B}=\frac{\vec{v}\times\vec{r}}{4\pi r^3}q\mu_0$
- Elektrische Energiedichte einer Spule $W_m=1/2\,LI^2$
- Magnetfeldfluß: $\Phi=\int_A \vec{B}\, d\vec{A}$ mit $L=\frac{n^2}{l}A\mu \Rightarrow N\,\Phi=LI=NBA=-N\,d\frac{\Phi}{dt}$; $\oint \vec{B}\, d\vec{A}=0 \Rightarrow div\,\vec{B}=0$ da quellenfrei
- <u>Induktion</u>: $U_i=\oint_C \vec{E}_i\, d\vec{s}=-N\frac{d\Phi}{dt}=-L\frac{dI}{dt}=-N\frac{d}{dt}\int_A \vec{B}\, d\vec{A}$ Schleife im B-Feld: $\Phi=\vec{B}\circ\vec{A}=BA\cos(-\alpha) \Rightarrow \frac{d}{dt}\Phi=BA\,\omega\sin\alpha$
- Lenz'sche Regel: erzeugte Ströme wirken der nderung von Φ entgegen
- Energie im B-Feld: $W=-\int_I^0 I\,U_i\,dt=\frac{1}{2}LI_0^2=\frac{1}{2}BHV$ *Trafo: $\oint H\, ds=nI=\Phi\left(\sum\frac{l_i}{A_i\mu_i}\right)=\Phi\left(\sum R_m^{(i)}\right)$; $\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_2}{n_1}$

11. Wechselstromkreis:

$\langle Z\rangle=\Omega$ $\langle P\rangle=W=VA=\frac{J}{s}$

- $U=-\dot{\Phi}=U_o\sin\omega t$; $U_{eff}=\frac{U_0}{\sqrt{2}}$ Leistung: $P=\frac{U_0^2}{R}\sin^2\omega t \Leftrightarrow \overline{P}=U_{eff}I_{eff}=\frac{1}{2}U_0 I_0=\frac{U_0^2}{2R}$
- Wechselstromwiderstände: $\hat{U}=\hat{Z}\hat{I}$ <u>mit Ansatz: $\hat{U}=U_0 e^{i\omega t}$</u>: $\hat{Z}_R=R$; $\hat{Z}_L=i\omega L$; $\hat{Z}_C=-\frac{i}{C\omega}$

  <u>Impedanz/Scheinwiderstand:</u> $Z_0=|\hat{Z}|$ <u>Phase</u>: $\tan\phi_z=\Im(\hat{Z})/\Re(\hat{Z})$ <u>Resonanzfrequenz:</u> ω so daß Z_0 minimal

  <u>Wirkleistung:</u> $\overline{P}=I_{eff}U_{eff}\cos\phi_z$ <u>Blindleistung:</u> $\overline{Q}=I_{eff}U_{eff}\sin\phi_z$ <u>Scheinleistung:</u> $S=\frac{1}{2}\hat{U}\hat{I}=\overline{P}+i\overline{Q}$

13. Relativitätstheorie:

$\boxed{Cosinussatz: a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha}$ $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ [' System bewege sich mit v längs x ggü. System]

<u>Lorentz-Transformation</u>: $x'=\gamma(x-vt)$; $x=\gamma(x'+vt')$; $t'=\gamma(t-\frac{v}{c^2}x)$; $t=\gamma(t'+\frac{v}{c^2}x')$; $\Delta x=\frac{\Delta x'}{\gamma}$; $\Delta t=\Delta t'\gamma$;

<u>Add. v. Geschw.</u>: $u_x=\frac{u'_x+v}{1+\frac{v}{c^2}u'_x}$; $u_y=\frac{u'_y}{\gamma(1+\frac{v}{c^2}u'_x)}$; u_z analog

<u>Längenkontraktion</u>: $l'=l/\gamma$; <u>Zeitdilatation:</u> $\Delta t'=\Delta t\gamma$ <u>Massenzunahme:</u> $m(v)=\gamma m_0 \Rightarrow$ rel. <u>Impuls</u>: $\vec{p}=\gamma m_0\vec{v} \Rightarrow$

- <u>rel.kin. Energie:</u> $E_{kin}=m_0c^2(\gamma-1)$ <u>Ruheenergie:</u> $E_0=m_0c^2$ <u>Gesamtenergie:</u> $E=mc^2$ <u>En.-Impuls:</u> $E^2=p^2c^2+(m_0c^2)^2$

14. Maxwellgleichungen

- Magnetfeld quellenfrei $\oint_{Oberfläche} \vec{B}\, d\vec{A}=0$ $div\,\vec{B}=0$
- Gauss'scher Satz: $\oint_{Fläche} \vec{D}\, d\vec{A}=\int_{Volumen}\rho\, dV=Q$ $div\,\vec{D}=\rho$; ρ: Raumladungsdichte POISSON
- Faraday'sches Ind.gesetz: $\oint_{Kurve} \vec{E}\, d\vec{s}=-\frac{\partial}{\partial t}\int_A \vec{B}\, d\vec{A}$ $rot\,\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
- Ampèresches Gesetz: $\oint_{Kurve} \vec{H}\, d\vec{s}=I_{du.A}+\frac{\partial}{\partial t}\int_A \vec{D}\, d\vec{A}$ $rot\,\vec{H}=\vec{j}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$